

**Errata und Ergänzungen zum Lehrbuch
“Höhere Analysis durch Anwendungen lernen”**

Autoren: Matthias Kunik und Piotr Skrzypacz

Aktualisiert am 2.3.2015

<http://www-ian.math.uni-magdeburg.de/home/kunik/errata.pdf>

1. S. 1, Z. 10 v.u.: “befasste sich 1854 in seiner Habilitationsschrift” \longrightarrow
“befasste sich in seiner Habilitationsschrift von 1854”
2. S. 3, Z. 1 v.u.: “abgeschlossene Nullmenge” \longrightarrow “Nullmenge”
3. S. 4, Z. 1 v.u.: Der Satz “Diese besteht ebenfalls nur aus Randpunkten.”
ist überflüssig.
4. S. 32, Z. 1-2 v.o. hinter Abb. 2.8: “Für $t_* := \inf\{t \in [a, b] : \underline{\gamma}(t) \in V\}$
ist $a < t_* < b$, denn $\underline{\gamma}$ ist stetig und V offen.” \longrightarrow
“Für $t_* := \inf\{t \in [a, b] : \underline{\gamma}(t) \in V\}$ ist $a < t_* < b$, denn $\underline{\gamma}$ ist stetig
und U, V sind offen.”
5. S. 68, Z. 3 v.o.: “Aus der Beschränktheit $\varphi(x) \leq M \forall x \in \mathbb{R}$ ”
 \longrightarrow
“Aus der Beschränktheit $|\varphi(x)| \leq M \forall x \in \mathbb{R}$ ”
6. S. 78, Unterschrift zu Abb. 4.4 in den Z. 1-2 v.o.:
“Die graue Fläche $\gamma_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \int_1^n \frac{1}{x} dx$ rechts von $x = 1$ bleibt für alle
 $n \in \mathbb{N}$ kleiner als 1, siehe die verschobene Fläche im Streifen $0 < x < 1$.”
 \longrightarrow
“Die graue Fläche $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \int_1^{n+1} \frac{1}{x} dx$ rechts von $x = 1$ konvergiert für
 $n \rightarrow \infty$ gegen γ , siehe die verschobene Fläche im Streifen $0 < x < 1$.”
7. S. 93, Z. 14 v.u.: “Disquisitiones generals” \longrightarrow “Disquisitiones gene-
rales”
8. S. 93, Z. 11-12 v.u.: “Differentialgeometrie in einem n -dimensionalen
Raum” \longrightarrow “Differentialgeometrie für einen n -dimensionalen Raum”
9. S. 105, Z. 8-11 v.u.: “Die ebene hyperbolische Geometrie gestattet keine
globale Einbettung als Fläche in den \mathbb{R}^3 . Dies wurde 1901 von David
Hilbert in [20] gezeigt. Bei der Herleitung des Transformationsgesetzes
für den Metriktensor haben wir aber eine globale Flächeneinbettung be-
nutzt.” \longrightarrow “Die ebene hyperbolische Geometrie besitzt keine globale
Einbettung als Fläche in den \mathbb{R}^3 mit lokalen Parametrisierungen. Dies
wurde 1901 von David Hilbert in [20] gezeigt. Zur Herleitung des Trans-
formationsgesetzes für den Metriktensor haben wir aber Parametrisierun-
gen aus Definition 5.1 verwendet.”

10. S. 115, Z. 1 v.o.: “ $V = \iiint_B 1 \cdot r \, dx \, d\varphi \, dr = \int_0^{f(x)} \int_0^{2\pi} \int_a^b 1 \cdot r \, dx \, d\varphi \, dr$ ”
 \longrightarrow
“ $V = \iiint_B 1 \cdot r \, dr \, d\varphi \, dx = \int_a^b \int_0^{2\pi} \int_0^{f(x)} 1 \cdot r \, dr \, d\varphi \, dx$ ”
11. S. 163-175: Auch im Abschnitt 7.1 sollen vektorwertige Größen unterstrichen werden.
12. S. 172, Z. 10 v.u.: “für $\hat{u}_n = \frac{n}{\pi n^2 t^2 + 1}$, $n \in \mathbb{N}$, und die Funktionen $\hat{u}_n(x)$ ”
 \longrightarrow “für $\hat{u}_n(t) = \frac{n}{\pi n^2 t^2 + 1}$, $n \in \mathbb{N}$, und die Funktionen \hat{u}_n ”
13. S. 173, Z. 5 v.o.: Beim inneren Integral fehlt der Integrator dt .
14. S. 180, in der Lösung von Aufg. 7.2(a): Im ersten Integral für $\|g_\alpha\|_p^p$ muss “ $\chi_{\mathbb{R} \setminus \{K_n\}}(\underline{x})$ ” durch “ $\chi_{\mathbb{R}^n \setminus K_n}(\underline{x})$ ” ersetzt werden.
15. S. 195, Abb. 7.3(c) zu Ψ_n für $n = 20$: Nur die für $|x| > \sqrt{2n+1}$ abfallende Kurve darf dort geplottet werden.
16. S. 220, Z. 9 v.o.: “für das Folgende vor allem die drei Sätze benötigen:”
 \longrightarrow “besonders die folgenden Sätze benötigen:”
17. S. 227, Z. 7 v.u., in Def. 8.28: “Gebiet G ” \longrightarrow “Gebiet $G \subseteq \mathbb{C}$ ”
18. S. 228, Z. 1 v.o.: “Gebiet G ” \longrightarrow “Gebiet $G \subseteq \mathbb{C}$ ”
19. S. 228, Z. 9 v.o.: “Gebiet G ” \longrightarrow “Gebiet $G \subseteq \mathbb{C}$ ”
20. S. 229, Z. 8-10 v.u.: “ersetzt und durch eine Verallgemeinerung der Nullhomotopie von geschlossenen Wegen beschrieben werden.” \longrightarrow
“mittels der Nullhomotopie geschlossener Wege im \mathbb{R}^n wie in Definition 8.28 beschrieben werden.”
21. S. 236, Z. 4-5 v.u.: “*Gruppeneigenschaft* der Möbiustransformation”
 \longrightarrow “*Gruppeneigenschaft* der Möbius-Transformationen”
22. S. 237, Z. 3 hinter Abb. 8.15: “Möbiustransformation $M_A(z)$ ” \longrightarrow
“Möbius-Transformation $M_A(z)$ ”
23. S. 250, Z. 1,13 v.o.: “ $z \in \mathbb{C}$ ” \longrightarrow “ $z \in \Omega$ ”
24. S. 251, Z. 6 v.u.: “ $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}$ ” \longrightarrow “ $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}$ ”
25. S. 271, Z. 3 v.u.: “Die Funktion $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ mit $f(z) := e^{iz}$ ” \longrightarrow
“Die Funktion $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ mit $f(z) := e^{-iz}$ ”

26. S. 286, Z. 11 v.u.: Die Ungleichung

$$1 = \frac{1}{2} |(\tilde{z} + 1) - (\tilde{z} - 1)| > \frac{1}{2} (|\tilde{z} + 1| - |\tilde{z} - 1|),$$

muss ersetzt werden durch

$$1 = \frac{1}{2} |(\tilde{z} + 1) - (\tilde{z} - 1)| > \frac{1}{2} ||\tilde{z} + 1| - |\tilde{z} - 1||,$$

27. S. 288, Z. 3 v.o.: “dargestellt.” \rightarrow “dargestellt, wobei $A = 1$, $B = i$, $C = -1$, $D = -i$ sowie $B' = -1$, $C' = 0$, $D' = 1$ ist.”

28. S. 293, Z. 7 v.o.: In der ersten Zeile der Gaußschen Krümmungsformel ist die zweite partielle Ableitung von g_{22} falsch angegeben:

$$“ K(\xi_1, \xi_2) = \frac{1}{2g} \left[2 \frac{\partial^2 g_{12}}{\partial \xi_1 \partial \xi_2} - \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial \xi_2^2} - \frac{\partial^2 g_{22}}{\partial \xi_2^1} \right] \dots ”$$

\rightarrow

$$“ K(\xi_1, \xi_2) = \frac{1}{2g} \left[2 \frac{\partial^2 g_{12}}{\partial \xi_1 \partial \xi_2} - \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial \xi_2^2} - \frac{\partial^2 g_{22}}{\partial \xi_1^2} \right] \dots ”$$

29. S. 305, Z. 5 v.o.: “diejenigen H-Geraden g invariant bleiben, die aus allen $z \in E$ bestehen” \rightarrow “diejenige H-Gerade g invariant bleibt, die aus allen $z \in E$ besteht”

30. S. 365, Z. 6-8 v.o.: “aber dafür einen interessanten Tauberschen Satz für allgemeinere Dirichlet-Reihen liefert, den Satz von Wiener-Ikehara.” \rightarrow “aber dafür einen allgemeinen Tauberschen Satz liefert, der sich auch auf gewisse Dirichlet-Reihen anwenden lässt, den Satz von Wiener-Ikehara.”

31. S. 365, Z. 13-15 v.o.: Es ist zweckmässiger, hier und in der Biographie anstelle von Boos [4,Chapter 4] den folgenden Übersichtsartikel [Kor] zu zitieren: J. Korevaar, ”‘A century of complex Tauberian theory’”, Bull. Amer. Math. Soc. (N.S.) 39, no. 4, 475-531, 2002:

“Für eine allgemeine Einführung in die Theorie Tauberscher Sätze verweisen wir auf die Monographie von Boos [4,Chapter 4].”

\rightarrow

“Eine auf das Wesentliche reduzierte Einführung in die Theorie Tauberscher Sätze mit Anwendung auf Dirichlet-Reihen und einem sehr einfachen Zugang zum Primzahlsatz findet der Leser in dem Übersichtsartikel von Korevaar [Kor,Section 6-8].”

32. S. 389, vor der Bemerkung zum Beispiel 9.12(b) sollte aus Gründen der Sparsamkeit bei der Wahl der mathematischen Mittel noch folgendes ergänzt werden:

“An dieser Stelle sollte jedoch hervorgehoben werden, dass sich die Asymptotik von $\alpha_2(x)$ mit einem expliziten Fehlerterm auch ohne den Satz von Wiener-Ikehara direkt gewinnen lässt. Aus der Multiplikatивität der Eulerschen φ -Funktion folgt für jede natürliche Zahl k

$$\frac{\varphi(k)}{k} = \prod_{p|k} \frac{p-1}{p} = \sum_{d|k} \frac{\mu(d)}{d}.$$

Wir haben somit für jedes $n \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{k \leq n} \frac{\varphi(k)}{k} = \sum_{k \leq n} \sum_{d|k} \frac{\mu(d)}{d} = \sum_{d=1}^n \left\lfloor \frac{n}{d} \right\rfloor \frac{\mu(d)}{d} = \frac{6n}{\pi^2} - R_n$$

mit dem Fehlerterm

$$R_n = n \sum_{d > n} \frac{\mu(d)}{d^2} + \sum_{d \leq n} \left(\frac{n}{d} - \left\lfloor \frac{n}{d} \right\rfloor \right) \frac{\mu(d)}{d}$$

und der einfachen Abschätzung

$$|R_n| \leq n \int_n^\infty \frac{dx}{x^2} + \sum_{d \leq n} \frac{1}{d} = O(\log n).$$

Hieraus folgt für $x \rightarrow \infty$:

$$\frac{\alpha_2(x)}{x} = \frac{6}{\pi^2} + O\left(\frac{\log x}{x}\right). "$$

33. S. 390, am Ende vom Beispiel 9.12(c), bietet sich folgende Ergänzung an:

“Auch hier lässt sich der Satz von Wiener-Ikehara zugunsten einer elementaren Methode mit Fehlerabschätzung vermeiden, es gilt nach [HW, Chapter 18.6, THEOREM 333, 334] gleichmässig in $x \geq 1$:

$$\sum_{n \leq x} |\mu(n)| = \frac{6x}{\pi^2} + O(\sqrt{x}). "$$

Die Referenz [HW] ist dabei neu ins Literaturverzeichnis aufzunehmen: G.H. Hardy, E.M. Wright, “An Introduction to the Theory of Numbers”, fifth edition. Oxford Science Publications, reprinted 2003.