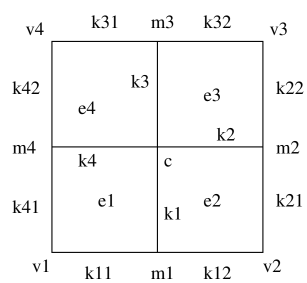
Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg 24.04.2014
Institut für Analysis und Numerik
apl. Prof. F. Schieweck

Numerik der Navier-Stokes-Gleichungen (SS 2014)
Übungsblatt 2

1. Man schreibe eine Matlab-`function`,

```
[NVT,NEDG,NEL,KCOORD,KVERT KEDGE,KADJ] =
        refine (NMVT,NMEDG,NMEL,MCOORD,MVERT,MEDGE,MADJ)
```

die aus den Eingabe-Daten `NMVT, ... , MADJ` der Makroelement-Zerlegung eines Gebietes $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ die entsprechenden Daten einer verfeinerten Zerlegung erzeugt, welche wie folgt definiert ist. Jedes Element M der Makroelement-Zerlegung wird durch Einzeichnen der beiden Verbindungslinien zwischen den Mittelpunkten gegenüberliegender Kanten von M in vier neue Elemente zerlegt. Die erzeugten Daten `NVT, ... ,KADJ` der neuen verfeinerten Zerlegung sollen folgenden Regeln genügen:



- Das Makroelement mit der Nummer M erzeugt 4 neue Elemente mit den Nummern e_i, $i = 1, \ldots, 4$, wobei

$$e_i := 4(M-1) + i, \qquad i = 1, \ldots, 4.$$

  Dabei liegt das Element e_i an der M-Ecke $v_i = \texttt{MVERT(M,i)}$.

- Auf der Makro-Kante mit der Nummer $K_i = \texttt{MEDGE(M,i)}$ werden erzeugt die neue Element-Ecke m_i mit

$$m_i := \texttt{NMVT} + K_i, \qquad i = 1, \ldots, 4,$$

  sowie die beiden neuen Element-Kanten k_{i1} und k_{i2} mit

$$k_{ij} := 2(K_i - 1) + j, \qquad j = 1, 2,$$

  wobei k_{i1} dijenige Kante ist, die an der Makro-Ecke von K_i liegt mit der kleineren Eck-Nummer.

- Im Zentrum des Makro-Elementes mit der Nummer M wird die neue Element-Ecke c erzeugt mit

$$c := \texttt{NMVT} + \texttt{NMEDG} + M.$$

- Im Makroelement mit der Nummer M erhält die neue Elementkante von der Ecke m_i zur Ecke c die Nummer

$$k_i := 2\,\mathtt{NMEDG} + 4(M-1) + i, \qquad i = 1, \ldots, 4.$$

- In jedem Sohn-Element e_i des Makroelementes M werden die geometrischen Objekte im mathematisch positiven Umlaufsinn numeriert, d.h. im Element e_i sind die drei ersten lokalen Eck-Nummern $\mathtt{KVERT}(e_i, 1) = v_i = \mathtt{MVERT}(M, i)$, $\mathtt{KVERT}(e_i, 2) = m_i$ und $\mathtt{KVERT}(e_i, 3) = c$ für $i = 1, \ldots, 4$.

2. Gegeben sei die Funktion $u : \Omega \to \mathbb{R}$ mit $\Omega = (-1, 1)$ und

$$u(x) := \begin{cases} 1, & x \in (-1, 0), \\ 2, & x \in [0, 1). \end{cases}$$

Man zeige, dass $u \notin H^{1/2}(\Omega)$ und $u \in H^s(\Omega)$ für jedes $s \in (0, 1/2)$.