Otto-von-Guericke Universität Magdeburg 15.01.2013
Institut für Analysis und Numerik
Prof. Dr. K. Deckelnick, Prof. Dr. F. Schieweck

Übungsaufgaben zur Vorlesung "Lineare Algebra für FNW und FHW"
Wintersemester 2012/13 - Blatt 13

(**mögliche Abgabe:** Aufgabe **1** am Dienstag, 22.01.2013, zu Beginn der Vorlesung)

1. Berechnen Sie für die nachfolgend angegebene Matrix A sämtliche Eigenwerte und zu jedem Eigenwert die algebraische und geometrische Vielfachheit sowie eine Basis des zugehörigen Eigenraumes:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 4 & 1 \\ -2 & -4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Untersuchen Sie weiterhin, ob sich A über $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ diagonalisieren lässt.

(**7 Punkte**)

2. Berechnen Sie für die nachfolgend angegebenen Matrizen jeweils sämtliche Eigenwerte und zu jedem Eigenwert die algebraische und geometrische Vielfachheit sowie eine Basis des zugehörigen Eigenraumes:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Geben Sie weiterhin für jede der Matrizen an, ob sie sich über $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ diagonalisieren lässt.

3. Untersuchen Sie, ob die Matrix $A \in M(3 \times 3; \mathbb{C})$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -i & i+1 \\ i & -2 & -1 \\ 1-i & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

einen komplexen Eigenwert hat? Kann A über $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ diagonalisiert werden?

4. Diagonalisieren Sie die Matrix $A \in M(3 \times 3; \mathbb{R})$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix},$$

d.h. bestimmen Sie eine Diagonalmatrix $D \in M(3 \times 3; \mathbb{R})$ und eine orthogonale Matrix $S \in M(3 \times 3; \mathbb{R})$, so dass

$$S^{-1}AS = D \qquad \text{mit} \qquad S^{-1} = S^t$$

gilt.