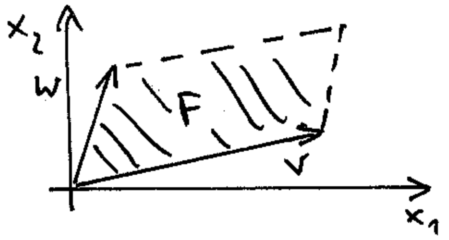
Musterlösungen Blatt 12

(1)



- wir betrachten die $\mathbb{R}^3$-Vektoren: $\tilde{v} = (v_1, v_2, 0)$, $\tilde{w} = (w_1, w_2, 0)$
- nach Vektorrechnung im $\mathbb{R}^3$ ist dann die Parallelogrammfläche F gegeben durch

$$F = \| \tilde{v} \times \tilde{w} \|$$

$$\tilde{v} \times \tilde{w} = \det \begin{pmatrix} e_1 & v_1 & w_1 \\ e_2 & v_2 & w_2 \\ e_3 & 0 & 0 \end{pmatrix} = e_1 \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} v_2 & w_2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}}_{=0} - e_2 \underbrace{\begin{vmatrix} v_1 & w_1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}}_{=0}$$

$$+ e_3 \begin{vmatrix} v_1 & w_1 \\ v_2 & w_2 \end{vmatrix}$$

also $\tilde{v} \times \tilde{w} = \det \begin{pmatrix} v_1 & w_1 \\ v_2 & w_2 \end{pmatrix} \cdot e_3$

$$\Rightarrow \quad F = \| \tilde{v} \times \tilde{w} \| = \underline{\underline{\left| \det \begin{pmatrix} v_1 & w_1 \\ v_2 & w_2 \end{pmatrix} \right|}}$$

//

(2) die drei Vektoren sind lin. unabh. genau dann wenn

$$0 \neq \det(A) = \begin{vmatrix} t & t & t^2 \\ 3 & 5 & 4 \\ 2t & t+1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= t \begin{vmatrix} 5 & 4 \\ t+1 & 1 \end{vmatrix} - t \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2t & 1 \end{vmatrix} + t^2 \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 2t & t+1 \end{vmatrix}$$

$$= t(5 - 4t - 4) - t(3 - 8t) + t^2(3t + 3 - 10t)$$

$$= (t - 4t^2) - (3t - 8t^2) + t^2(-7t + 3)$$

$$= -7t^3 + 7t^2 - 2t = \underline{\underline{t(-7t^2 + 7t - 2)}}$$

<u>also</u>: det(A) = 0 g.d.w. $t(-7t^2+7t-2)=0$

- 1. Nullst.: $t_1 = 0$
- $-7t^2+7t-2=0$

$\Leftrightarrow \quad t^2 - t + \frac{2}{7} = 0$

$t_{2/3} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{2}{7}} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{-1}{28}}$ komplexe Nullst.

$\Rightarrow$ die 3 Vektoren sind lin. unabh. g.d.w. $t \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

③ $\det(A) = 81$

$\det(B) = 2+5i$