Vorlesung "Funktionentheorie für das Lehramt"

0. Einführung

0.1. Vorbemerkungen

in der englischen Fachliteratur bezeichnet man "**Funktionentheorie**" als "**complex analysis**"

Ziel der Vorlesung

- Vermittlung grundlegender Fragestellungen der Funktionentheorie
- Behandlung wichtiger mathematischer Begriffe und Sätze
- Konzentration auf die wichtigsten Ideen und Konzepte

Bedingungen für den Ü-Schein "Funktionentheorie"

- aktive Mitarbeit in den Übungen
- o.k. des Ü-Leiters für erbrachte Leistungen in den Übungen **(Vortragen von Lösungen)**

0.2. Historische Entwicklung

- **Beginn im 16. Jahrhundert:** Versuch, algebraische Gleichungen zu lösen :
  - **Cardano (1545):** gibt formale Ausdrücke $\boxed{5 \pm \sqrt{-15}}$ an für die Lösungen quadratischer und kubischer Gleichungen 
  - **Bombelli (1560):** rechnete systematisch mit solchen Ausdrücken
- **Leibniz (1675):** man findet Gleichungen der Art

$$\sqrt{1+\sqrt{-3}}+\sqrt{1-\sqrt{-3}}=\sqrt{6}$$

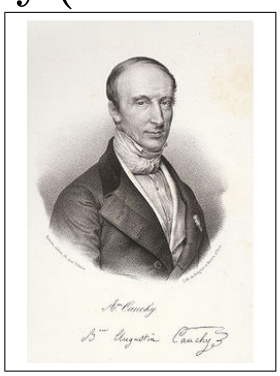
- **Euler (1777):** führte "**imaginäre Einheit**" $\boxed{i = \sqrt{-1}}$ ein 

- **Gauß (1831):** benutzt Fachausdruck "**komplexe Zahl**"

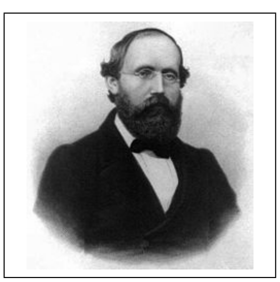
- **Hamilton (1837):** strenge Einführung der komplexen Zahlen als "**Paare reeller Zahlen**"

- **Pioniere der modernen Funktionentheorie:**

  – **Cauchy (1814-1825):** Integraldarstellung von Funktionen

  – **Riemann (1851):** geometrische Auffassung

– **Weierstraß (um 1840):** Potenzreihe als Ausgangspunkt

0.3. Anwendungen der Funktionentheorie

- **Nullstellen von Polynomen:**
  Fundamentalsatz der Algebra: Jedes nicht konstante Polynom
  $$P(z) = a_n z^n + \ldots + a_1 z + a_0$$
  hat genau n komplexe Nullstellen.

- **Euler'sche Formel (1748):**
  $$e^{ix} = \cos x + i \sin x$$
  wichtig bei **Fourier-Reihen**

- Berechnung spezieller reeller Integrale über das Komplexe

- Lösung von DGL

- Berechnung ebener Strömungen idealer Flüssigkeiten