

### Übungsaufgaben zur Vorlesung Analysis III

#### Wintersemester 2010/11 - Blatt 8

(abzugeben: Aufgaben 1 - 4 am Freitag, 10.12.2010, in der Vorlesung)

1. Berechnen Sie alle Lösungen der Differentialgleichung

$$y' = \frac{2y(y-1)}{t(2-y)}$$

und skizzieren Sie ihren Verlauf.

(4 Punkte)

2. Eine Differentialgleichung vom Typ  $y' = f(at + by + c)$  kann man dadurch lösen, indem man eine neue Variable  $z$  substituiert als  $z(t) := at + by(t) + c$  und eine Differentialgleichung für  $z(t)$  herleitet. Lösen Sie mit Hilfe dieser Idee das Anfangswertproblem

$$y' = (t + y)^2, \quad y(0) = 0.$$

(4 Punkte)

3. Eine Differentialgleichung vom Typ  $y' = f(y/t)$ ,  $t > 0$ , kann man dadurch lösen, indem man als neue Variable substituiert  $z(t) := y(t)/t$  und eine Differentialgleichung für  $z(t)$  herleitet. Bestimmen Sie mit Hilfe dieser Idee alle Lösungen der Differentialgleichung

$$y' = \frac{y}{t} \left( \frac{y}{t} + 1 \right), \quad t > 0.$$

(4 Punkte)

4. Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$y' + 3t^2y = 6t^5, \quad y(0) = 5.$$

(4 Punkte)

5. Skizzieren Sie das Richtungsfeld der Differentialgleichung

$$y' = \log(t^2 + y^2)$$

und zeichnen Sie einige Lösungen ein.

6. Berechnen Sie alle Lösungen der Differentialgleichung  $y' = t \sin(y)$  und skizzieren Sie ihren Verlauf.

7. Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$y' + \frac{t}{2y} = \frac{3y}{2t}, \quad y(1) = 1.$$