Otto-von-Guericke Universität Magdeburg 01.06.2012
Institut für Analysis und Numerik
Prof. Dr. K. Deckelnick, Prof. Dr. F. Schieweck

Übungsaufgaben zur Vorlesung Analysis II für Physiker und Lehramt
Sommersemester 2012 - Blatt 8

(**abzugeben:** Aufgaben **1 - 3** am Mittwoch, 13.06.2012, zu Beginn der Vorlesung)

1. Untersuchen Sie, in welchen Punkten $a \in \mathbb{R}^2$ die folgende Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ stetig ist und in welchen nicht:
$$f(x,y) := \begin{cases} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} & , \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & , \quad (x,y) = (0,0). \end{cases}$$
(**4 Punkte**)

2. Gegeben sei die Funktion
$$f(x,y,z) := x^{y+z}.$$
Berechnen Sie den Gradienten sowie die Hesse-Matrix von f. (**6 Punkte**)

3. Gegeben seien die Funktionen $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ und $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ durch die Vorschrift
$$g(u,v) := \begin{pmatrix} \cos(u-2v) \\ (u+v)\sin(3u) \end{pmatrix}, \qquad f(x,y) := x^2y - xy^2.$$
Berechnen Sie mit Hilfe der Kettenregel die partiellen Ableitungen $\dfrac{\partial(f\circ g)}{\partial u}$ und $\dfrac{\partial(f\circ g)}{\partial v}$.
(**4 Punkte**)

4. Untersuchen Sie, in welchen Punkten $a \in \mathbb{R}^2$ die folgende Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ stetig ist und in welchen nicht:
$$f(x,y) := \begin{cases} \frac{\sin(x)}{|x|+|y|} & , \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & , \quad (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

5. Berechnen Sie alle partiellen Ableitungen erster und zweiter Ordnung für die Funktionen:
   a) $f(x,y) := x\ln(xy)$,
   b) $f(x,y) := \sin\big(x \cdot \sin(y)\big)$.

6. Gegeben seien die Funktionen $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ und $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ durch die Vorschrift
$$g(u,v) := \begin{pmatrix} \sin(2u)+v \\ u+v^2 \\ uv \end{pmatrix}, \qquad f(x,y,z) := 2xy - z^2.$$
Berechnen Sie mit Hilfe der Kettenregel die partiellen Ableitungen $\dfrac{\partial(f\circ g)}{\partial u}$ und $\dfrac{\partial(f\circ g)}{\partial v}$.