Otto-von-Guericke Universität Magdeburg 23.05.2012
Institut für Analysis und Numerik
Prof. Dr. K. Deckelnick, Prof. Dr. F. Schieweck

Übungsaufgaben zur Vorlesung Analysis II für Physiker und Lehramt
Sommersemester 2012 - Blatt 7

(**abzugeben:** Aufgaben **1 - 2** am Mittwoch, 30.05.2012, zu Beginn der Vorlesung)

1. Gegeben seien die Mengen

   $$\text{(a)}\quad M = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 :\ x+y+z=1\}, \qquad \text{(b)}\quad M = \{x \in \mathbb{R} :\ 0 < x^2 \leq 1\}.$$

   Prüfen Sie jeweils, ob M offen, abgeschlossen bzw. kompakt ist (mit Begründung) und bestimmen Sie die Mengen ∂M, $\mathring{M}$ und $\overline{M}$.

   (**6+6 Punkte**)

2. Geben Sie ein Beispiel dafür an, dass die Vereinigung beliebig vieler abgeschlossener Mengen nicht abgeschlossen sein muss.

   (**3 Punkte**)

3. Gegeben seien die Mengen

   $$\text{(a)}\quad M = \{x \in \mathbb{R} :\ x(x+2) > 0\}, \qquad \text{(b)}\quad M = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ x \leq y\}.$$

   Prüfen Sie jeweils, ob M offen, abgeschlossen bzw. kompakt ist (mit Begründung) und bestimmen Sie die Mengen ∂M, $\mathring{M}$ und $\overline{M}$.

4. Sei $(X, \|\cdot\|)$ ein normierter Raum und $M \subset X$ eine beliebige Teilmenge. Man zeige

   a) $\mathring{M}$ ist offen,

   b) ∂M ist abgeschlossen.