

**Übungsaufgaben zur Vorlesung Analysis II für Physiker und Lehramt
Sommersemester 2012 - Blatt 4**

(**abzugeben:** Aufgaben **1 - 3** am Mittwoch, 09.05.2012, zu Beginn der Vorlesung)

1. Bestimmen Sie die folgenden unbestimmten Integrale:

$$\begin{array}{lll} a) \int \sqrt{8-2x} dx & b) \int \frac{\ln(x)}{x^2} dx & c) \int x\sqrt{1+x^2} dx \\ d) \int \frac{x^2}{x(x-1)^2} dx & e) \int \frac{1}{\sqrt{x+1}} dx. & \end{array}$$

(1+1+1+2+1 Punkte)

2. Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$a) \int_0^1 \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx \quad b) \int_1^e \sqrt{x} \ln(x) dx \quad c) \int_0^\pi \frac{\sin(x)}{4 - \cos^2(x)} dx.$$

(1+1+2 Punkte)

3. Sei $a > 0$ und $f : [-a, a] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig. Zeigen Sie:

a) Ist die Funktion f gerade, d.h. $f(x) = f(-x), x \in [-a, a]$, so gilt

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx.$$

b) Ist die Funktion f ungerade, d.h. $f(x) = -f(-x), x \in [-a, a]$, so gilt

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 0.$$

Tipp: Verwenden Sie die Substitutionsregel.

(2+2 Punkte)

4. Bestimmen Sie die folgenden unbestimmten Integrale:

$$\begin{array}{lll} a) \int (2-3x)^4 dx & b) \int e^x \sin(x) dx & c) \int \frac{x+4}{x^2+2x} dx \\ d) \int xe^{x^2} dx & e) \int \frac{1}{x \ln(x)} dx & f) \int (\ln(x))^2 dx. \end{array}$$

5. Berechnen Sie die folgenden Integrale für $n, m \in \mathbb{N}$:

$$a) \int_{-\pi}^{\pi} \cos(nx) \cos(mx) dx \quad b) \int_{-\pi}^{\pi} \sin(nx) \cos(mx) dx \quad c) \int_{-\pi}^{\pi} \sin(nx) \sin(mx) dx.$$