

**Übungsaufgaben zur Vorlesung Analysis II für Physiker und Lehramt
Sommersemester 2012 - Blatt 3**

(**abzugeben:** Aufgaben **1 - 3** am Mittwoch, 02.05.2012, zu Beginn der Vorlesung)

1. a) Sei $f(x) := x(x-2)(x-3)$. Berechnen Sie den Flächeninhalt der Menge

$$M := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -4 \leq x \leq 4 \text{ und } 0 \leq y \leq f(x)\}.$$

- b) Bestimmen Sie eine Stammfunktion zu $f(x) := |x-1|$ und berechnen Sie $\int_0^3 |x-1| dx$.

(6 Punkte)

2. Verwenden Sie die Tatsache, dass $\frac{d}{dx}(\ln(f(x))) = \frac{f'(x)}{f(x)}$, um die folgenden Stammfunktionen zu bestimmen:

$$\int \tan(x) dx; \quad \int \frac{x}{1+x^2} dx.$$

(4 Punkte)

3. a) Sei $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig und $\int_a^b f(x) dx = 0$. Zeigen Sie, dass es ein $c \in [a, b]$ gibt, derart, dass $f(c) = 0$.

- b) Finden Sie zwei integrierbare Funktionen $f, g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ derart, dass

$$\int_0^1 f(x)g(x) dx \neq \left(\int_0^1 f(x) dx\right) \left(\int_0^1 g(x) dx\right).$$

(4 Punkte)

4. a) Bestimmen Sie eine Stammfunktion $F : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ von

$$f(x) := \begin{cases} (x+1)^2, & -1 \leq x < 0, \\ e^{2x}, & 0 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

- b) Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx; \quad \int_0^1 (3 + x\sqrt{x}) dx.$$

5. Seien $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig sowie $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbar. Berechnen Sie die Ableitung der Funktion

$$F(x) := \int_0^{u(x)} f(t) dt, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Tipp: Mit $\Phi(y) := \int_0^y f(t) dt$ gilt $F(x) = \Phi(u(x))$.