Otto-von-Guericke Universität Magdeburg
Institut für Analysis und Numerik
Prof. Dr. F. Schieweck

22.01.2014

Übungsaufgaben zur Vorlesung Analysis I für Physiker und Lehramt
Wintersemester 2013/14 - Blatt 13
(keine Abgabe)

1. Seien $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch:

$$f(x) := \begin{cases} x\sin(\frac{1}{x}), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0; \end{cases} \qquad \text{und } g(x) := xf(x).$$

In welchen Punkten sind die Funktionen f und g differenzierbar? Berechnen Sie, wenn möglich, die Ableitungen.

2. Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch:

$$f(x) := \begin{cases} \dfrac{e^x - 1}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0; \end{cases} .$$

In welchen Punkten ist die Funktion f differenzierbar? Berechnen Sie, wenn möglich, die Ableitung.

3. Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen:

   a) $f(x) := x^{-2}\big(2\sin(3x) + x^3\cos(x)\big)$;
   b) $f(x) := \arcsin(x)$;
   c) $f(x) := (\sin(x^2))^{\cos(x)}$;
   d) $f(x) := \Big(\ln\big(\tan(x)\big)\Big)^{-\frac{1}{3}}$.
   e) $f(x) := \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$
   f) $f(x) := \sqrt{x^2 + 3x + 4}$
   g) $f(x) := x^\alpha$ mit $\alpha \in \mathbb{R}$.

   Geben Sie jeweils den Definitionsbereich von f und f' an.

4. Bestimmen Sie sowohl diejenigen Intervalle, in denen die Funktion

$$f : \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right] \to \mathbb{R}, \qquad f(x) := x + 0.5 - \sin(2x + \frac{\pi}{2})$$

monoton wachsend ist, als auch diejenigen, in denen sie monoton fallend ist.

5. Für die Funktion

$$f : [-4, 4] \to \mathbb{R}, \qquad f(x) := (\sin(x) - \cos(x))e^x$$

bestimme man alle lokalen Extremwerte, das globale Maximum sowie das globale Minimum.