

**Übungsaufgaben zur Vorlesung Analysis I für Physiker und Lehramt
Wintersemester 2013/14 - Blatt 8**

(**abzugeben:** Aufgaben **1 - 3** am Freitag, 13.12.2013, zu Beginn der Vorlesung)

1. a) Dividieren Sie mit Rest: $(3x^5 - x^4 + 8x^2 - 1) : (x^3 + x^2 + x) = ?$
b) Bestimmen Sie alle Nullstellen des Polynoms

$$p(x) = x^3 - 6x^2 + 7x + 2,$$

indem Sie eine Nullstelle durch Probieren ermitteln und die restlichen Nullstellen mit Hilfe einer Polynomdivision bestimmen.

(2+2 Punkte)

2. a) Geben Sie für die Funktion f mit $f(x) = x^2 + 2x - 3$, $x \in [a, \infty)$, den kleinsten Wert von a an, so dass f auf $[a, \infty)$ streng monoton wachsend ist. Bestimmen Sie für dieses a den Wertebereich $f([a, \infty))$ und ermitteln Sie die Umkehrfunktion f^{-1} .
b) Auf einem Definitionsbereich $D \subset \mathbb{R}$ seien $f, g : D \rightarrow \mathbb{R}$ zwei streng monoton wachsende Funktionen. Ist dann auch das Produkt $f \cdot g$ streng monoton wachsend?

(3+1 Punkte)

3. Gegeben sei die Funktion $f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ durch die Vorschrift

$$f(x) := \begin{cases} |x| - 1 & , \quad -2 \leq x < 0, \\ x^2 - 1 & , \quad 0 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

Ermitteln Sie den Wertebereich von f und untersuchen Sie die Funktion auf Monotonie und Beschränktheit. Skizzieren Sie den Graphen der Funktion.

(4 Punkte)

4. a) Dividieren Sie mit Rest: $(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1) : (x^2 - 2x + 2) = ?$
b) Bestimmen Sie alle Nullstellen des Polynoms $p(x) = x^4 + x^3 - 11x^2 - 15x$, indem Sie zwei Nullstellen durch Probieren ermitteln und die restlichen Nullstellen durch Polynomdivision bestimmen.

5. Gegeben seien die Funktionen

$$\text{a) } f(x) := \frac{1}{x^2}, \quad x \in (0, \infty) \qquad \text{b) } f(x) := \sqrt{|x| - x}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Geben Sie für jede Funktion den Wertebereich an und untersuchen Sie auf Monotonie und Beschränktheit. Skizzieren Sie die Graphen der Funktionen.