Otto-von-Guericke Universität Magdeburg
Institut für Analysis und Numerik
Prof. Dr. F. Schieweck

16.10.2013

Übungsaufgaben zur Vorlesung Analysis I
Wintersemester 2013/14 - Blatt 1

(**abzugeben:** Aufgaben **1 - 3** am Freitag, 25.10.2013, zu Beginn der Vorlesung)

1. Zeigen Sie mit Hilfe einer Wahrheitstabelle, dass die folgenden Aussagen T_1, T_2 unabhängig vom Wahrheitswert der Aussagen A und B stets wahr sind:

   a) $T_1 := [\neg(A \wedge B)] \Leftrightarrow [(\neg A) \vee (\neg B)]$

   b) $T_2 := [A \Leftrightarrow B] \Leftrightarrow [(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)]$. (**2+2 Punkte**)

2. Seien $a, b \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie folgende Aussagen:

   a) Ist $b \geq 0$ und $a^2 \leq b^2$, so folgt, dass $a \leq b$.

   b) Aus $a^2 \leq b^2$ folgt $|a| \leq |b|$. Zeigen Sie weiterhin durch ein Beispiel, dass diese Aussage falsch werden kann, wenn man $|a|$ durch a und $|b|$ durch b ersetzt. (**2+3 Punkte**)

3. Bestimmen Sie (durch geeignete Fallunterscheidung) jeweils die Menge aller $x \in \mathbb{R}$, für die die jeweilige Ungleichung gilt:

   a) $|2x - 1| < |x - 1|$

   b) $2 - x^2 \geq |x|$. (**2+2 Punkte**)

4. Zeigen Sie mit Hilfe einer Wahrheitstabelle, dass die folgenden Aussagen T_1, T_2 Tautologien sind:

   a) $T_1 := [(A \Rightarrow B) \wedge (\neg B)] \Rightarrow (\neg A)$

   b) $T_2 := \big[A \wedge (\neg B \Rightarrow C) \wedge (\neg(C \wedge A))\big] \Rightarrow B$

5. Seien $a, b \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie folgende Aussagen:

   a) Aus $0 \leq a < b$ folgt, dass $a^2 < b^2$.

   b) $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$.

6. Bestimmen Sie jeweils die Menge aller $x \in \mathbb{R}$, für die die jeweilige Ungleichung gilt:

   a) $3 + x > x^2$,

   b) $|x| \geq |x - 2|$,

   c) $\dfrac{x+1}{x-1} > 1$.