Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg
Institut für Analysis und Numerik
Priv.-Doz. Dr. B. Rummler

18.12.2002

Übungsblatt 10 zur Vorlesung **Mathematik III für ET** - WS02/03

1. Berechnen Sie das Kurvenintegral 2. Art:

$$\int_{\mathcal{C}} x_2 x_3 \, dx_1 \; + \; x_3^2 dx_2 \; + \; 3x_3 dx_3 \; = \; ?$$

   Hierbei sei $\mathcal{C}$ die Randkurve (mit $x_3 = 1$) der Fläche $\mathcal{O}$ im $\mathbb{E}^3$, die durch die Parameterdarstellung

$$\begin{aligned} x_1(\sigma, t) &= \Phi_1(\sigma, t) := \sigma \cos t \quad , \\ x_2(\sigma, t) &= \Phi_2(\sigma, t) := \sigma \sin t \quad , \\ x_3(\sigma, t) &= \Phi_3(\sigma, t) := \sigma^2 \quad , \end{aligned}$$

   bei $0 \leq \sigma \leq 1$ und $0 \leq t < 2\pi$ gegeben wird und im Uhrzeigersinn durchlaufen werde.
   Hinweis: Die Fäche $\mathcal{O}$ wird auch durch $x_3 = x_1^2 + x_2^2$, $x_3 \leq 1$ beschrieben.

2. Berechnen Sie das Kurvenintegral 2. Art aus Aufgabe 1 mit Hilfe des Stokesschen Integralsatzes als Oberflächenintegral 2. Art über $\mathcal{O}$!

3. Berechnen Sie das Oberflächenintegral 2. Art:

$$\oint_{\partial B} x_1^2 dx_2 dx_3 \; + \; 2x_1 x_2 dx_3 dx_1 \; + \; x_3 \, dx_1 dx_2 \; = \; ?$$

   Hierbei sei ∂B die Mantelfläche(Randfläche) im $\mathbb{E}^3$ des Würfels B:

$$B := \{\underline{x} = [x_1, x_2, x_1]^T | 0 \leq x_1 \leq 1 \, , \, 0 \leq x_2 \leq 1 \, , \, 0 \leq x_3 \leq 1\}$$

4. Berechnen Sie das Oberflächenintegral 2. Art aus Aufgabe 3 mit Hilfe des Gaußschen Integralsatzes als Bereichsintegral über den Würfel B!

5. Berechnen Sie den Fluss des Vektorfeldes $\underline{v}(\underline{x}) := [x_1 x_2^2, x_1^2 x_2, 0]^T$ durch die Oberfläche ∂B des Kreiszylinders um die nichtnegative x_3-Achse:

$$B := \{\underline{x} = [x_1, x_2, x_1]^T | 0 \leq x_1^2 + x_2^2 \leq 4^2 \, , \; 0 \leq x_3 \leq 3\}$$

   Hinweis: Prüfen Sie auch die Anwendung des Gaußschen Integralsatzes!!