Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg 22.01.2003
Institut für Analysis und Numerik
Priv.-Doz. Dr. B. Rummler

Übungsblatt 13 zur Vorlesung **Mathematik III für ET** - WS02/03

In Vorbereitung wiederholen Sie bitte die Ausführungen im Script:

Lin. Dgl. 2.Ordnung m. konst. Koeffizienten

1. Berechnen Sie die Lösung des Anfangswertproblems $u = u(t,x)$ der eindimensionalen Wellengleichung in $[0,\infty) \times \mathbb{R}^1$:

$$\begin{aligned} u_{t,t} - u_{x,x} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= 3e^{x} - 2t \;=:\; f(t,x) \\ u(0,x) &= e^{x} \;=:\; u_o(x) \\ u_t(0,x) &= -2e^{x} \;=:\; u_i(x) \end{aligned}$$

   Nutzen Sie hierfür die Lösungsformel:

$$u(t,x) = \frac{1}{2}\Big[\int_0^t \int_{x-(t-s)}^{x+(t-s)} f(s,y)dyds + (u_o(x+t) + u_o(x-t)) + \int_{x-t}^{x+t} u_i(y)dy\Big]$$

2. Lösen Sie das Anfangswertproblem der gewöhnlichen DGL 2. Ordnung

$$y'' - 2y' + 2y = \cos t + 2\sin t \;, y(0) = 2 \;, y'(0) = 4 \quad y(t) = ?$$

   (a) mit den Methoden aus dem 1. Studienjahr und
   (b) vermittels der Nutzung der Laplace-Transformierten $\mathcal{L}$. Verwenden Sie hierbei neben den Ergebnissen aus Übungsblatt 12 die Laplace-Transformierten:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(e^t \cos t)(p) &= \frac{p-1}{(p-1)^2+1} \\ \mathcal{L}(e^t \sin t)(p) &= \frac{1}{(p-1)^2+1} \end{aligned}$$

Schöne Semesterpause !!!!!!