Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg 15.01.2003
Institut für Analysis und Numerik
Priv.-Doz. Dr. B. Rummler

Übungsblatt 12 zur Vorlesung **Mathematik III für ET** - WS02/03

1. Berechnen Sie die Laplace-Transformierten $\mathcal{L}(f_j(t))(p)$ der Funktionen $f_j \,:\, [0,\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$ bei $j = 1, 2, 3$. Hierbei seien die Funktionen f_j wie folgt gegeben:

$$f_1(t) := \sin(2t)\,, \quad f_2(t) := \cos(2t)\,, \quad \text{und } f_3(t) := e^{-3,5t}$$

2. Überprüfen Sie mit Hilfe des Vergleichs Ihrer Ergebnisse aus Aufgabe 1 mit den Laplace-Transformierten $\mathcal{L}(f_j(t))(p)$ der Funktionen f_j , $j = 4, 5, 6$:

$$f_4(t) := \sin(t)\,, \quad f_5(t) := \cos(t)\,, \quad \text{und } f_6(t) := e^{-3t}$$

die Eigenschaften (IIi), (IIii), (IIiiia) und (IIivb) der Laplace-Transformation.

3. Berechnen Sie explizit die Fourier-Transformierte $\mathcal{F}$ der Funktion $f \,:\, \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definiert durch:

$$f(x) := \begin{cases} x & \\ & \text{bei} \\ 0 & \end{cases} \quad \begin{matrix} x \in [0,4] \\ \\ x \in (-\infty,0) \cup (4,\infty) \end{matrix}$$

4. Gegeben sei die Funktion $u \,:\, \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, welche durch:

$$u(\underline{x}) := 2x_1x_2 + \sin x_1 \frac{\sinh(\pi - x_2)}{\sinh \pi} - 7\sin 3x_1 \frac{\sinh 3(\pi - x_2)}{\sinh(3\pi)} \qquad \forall \underline{x} \in \mathbb{R}^2$$

definiert ist. Zeigen Sie, dass die Funktion u in jedem Punkt $\underline{x} \in \mathbb{R}^2$ der Laplace-Gleichung:

$$\triangle\, u(\underline{x}) = div(grad(u(\underline{x}))) = 0$$

genügt und berechnen Sie die sogenannten Randwerte:
$u(x_1, 0)\,,\ u(0, x_2)\,,\ u(x_1, \pi)\,,\ u(\pi, x_2)$!!!