

Übungsblatt 9 zur Vorlesung **Mathematik III für ET** - WS02/03

1. Berechnen Sie das Oberflächenintegral 2. Art:

$$\int_{\mathcal{O}} x_1 x_2 x_3 dx_1 dx_2 = ?$$

Hierbei sei \mathcal{O} die Fläche im \mathbb{E}^3 , die durch die Parameterdarstellung

$$\begin{aligned} x_1(s, t) &= \Phi_1(s, t) := 2 \cos t \quad , \\ x_2(s, t) &= \Phi_2(s, t) := s \quad , \\ x_3(s, t) &= \Phi_3(s, t) := 2 \sin t \quad , \end{aligned}$$

bei $0 \leq s \leq 2$ und $-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ gegeben wird.

Hinweis: die x_3 -komponente der Fächennormalen n_3 sei gleich $\sin t$.

2. Berechnen Sie das Oberflächenintegral 2. Art:

$$\oint_{\partial B} x_1(x_2 + x_3) dx_2 dx_3 + x_2^2 dx_3 dx_1 + (x_1^2 + x_3^2) dx_1 dx_2 = ?$$

Hierbei sei ∂B die Mantelfläche(Randfläche) im \mathbb{E}^3 des Würfels B :

$$B := \{\underline{x} = [x_1, x_2, x_3]^T | 0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1, 0 \leq x_3 \leq 1\}$$

3. Berechnen Sie das Oberflächenintegral 2. Art aus Aufgabe 2 mit Hilfe des Gaußschen Integralsatzes als Bereichsintegral über den Würfel B !
4. Berechnen Sie das Oberflächenintegral 2. Art:

$$\oint_{\partial B} (x_2 + x_3) dx_2 dx_3 + (x_1 + x_3)^2 dx_3 dx_1 + \cos(x_1^2 + x_2^2) dx_1 dx_2 = ?$$

Hierbei sei ∂B

- (a) die Randfläche im \mathbb{E}^3 des Würfels B :

$$B := \{\underline{x} = [x_1, x_2, x_3]^T | 0 \leq x_1 \leq 2, 0 \leq x_2 \leq 2, 0 \leq x_3 \leq 2\}$$

- (b) die Mantelfläche im \mathbb{E}^3 der Kugel im \mathbb{E}^3 mit dem Radius $R = 2$ um den Koordinatenursprung!

Hinweis: Überlegen Sie, ob Sie sich das Rechnen durch Anwendung des Gaußschen Integralsatzes sparen können !!