

Übungsblatt 8 zur Vorlesung **Mathematik III für ET** - WS02/03

1. Berechnen Sie das Volumen $|B|$ des Körpers im \mathbb{E}^3 , welcher von den 6 Ebenen:

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + x_3 &= 2 & ; & \quad x_1 + 2x_2 + x_3 = -2 & ; \\x_1 + x_2 + 2x_3 &= 1 & ; & \quad x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 & ; \\2x_1 + x_2 + x_3 &= 3 & \text{ und } & \quad 2x_1 + x_2 + x_3 = -3\end{aligned}$$

begrenzt wird. *Hinweis: Nutzen Sie dabei die Ebenengleichungen als Formeln der Koordinatentransformation.*

2. Berechnen Sie das Integral über dem Bereich $B \subset \mathbb{E}^3$ (Volumenintegral):

$$\int_B x_1^2 x_2^2 x_3 \, dB = ? \quad , \quad \text{wobei } B \text{ durch:}$$

$$B := \{\underline{x} = [x_1, x_2, x_3]^T \mid 0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq x_1, 0 \leq x_3 \leq x_1 x_2\}$$

vorgegeben sei!

3. Berechnen Sie das Trägheitsmoment des Zylinders $B \subset \mathbb{E}^3$ bezüglich der x_1 -Achse!

B sei dabei durch

$$B := \{\underline{x} = [x_1, x_2, x_3]^T \mid -2 \leq x_3 \leq 2, 0 \leq x_1^2 + x_2^2 \leq 2\} \quad \text{vorgegeben.}$$

4. Berechnen Sie das Kurvenintegral 2. Art:

$$\int_{\mathcal{C}} 2x_1 x_2 x_3^2 dx_1 + x_1^2 x_3^2 dx_2 + 2x_1^2 x_2 x_3 dx_3 = ? \quad , \quad \text{wobei}$$

die Kurve $\mathcal{C} \subset \mathbb{E}^3$ von Ihnen in der Art frei gewählt werden kann, dass sie die Punkte $P_1 \cong [0, 0, 0]^T$ und $P_2 \cong [1, 1, 1]^T$ verbindet! Interpretieren Sie gegebenenfalls Ihre Ergebnisse!

5. Berechnen Sie das Oberflächenintegral 1. Art:

$$\int_{\mathcal{O}} x_1^2 + x_2^2 \, d\sigma = ?$$

Hierbei sei \mathcal{O} die Oberfläche der Kugel im \mathbb{E}^3 mit dem Radius $R = 2$ um den Koordinatenursprung!