

Übungsblatt 5 zur Vorlesung **Mathematik III für ET** - WS02/03

1. Berechnen Sie unter Verwendung der Integrationsregeln für Bereichsintegrale bei

$$B_1 := \{\underline{x} = [x_1, x_2]^T \mid 0 \leq x_1 \leq 2, x_1 \leq x_2 \leq 4 - x_1\} \quad \text{und}$$

$$B_2 := \{\underline{x} = [x_1, x_2]^T \mid 2 \leq x_2 \leq 5, 0 \leq x_1 \leq 2x_2\}$$

die folgenden Integrale:

(a)

$$\int_{B_j} (x_1 x_2 + 200x_1) dB_j = ?, \quad \text{bei } j = 1, 2$$

(b)

$$\int_{B_1} (e^{x_1} - e^{-2x_1}) dB_1 = ? \quad \text{und} \quad \int_{B_2} (\sin(x_2^2) - e^{2x_2^2}) dB_2 = ?$$

2. Es sei B der Bereich um den Ursprung des \mathbb{E}^2 der von den Funktionen $f_j : \mathbb{E}^1 \rightarrow \mathbb{E}^1$, $j = 1, 2$ und $g : (-\infty, 0] \rightarrow \mathbb{E}^1$ berandet wird. Dabei seien

$$x_2 = f_1(x_1) := 4 - x_1^2, \quad x_1 = f_2(x_2) := -(6 + x_2) \quad \text{und}$$

$$x_1 = g(x_2) := 2 - \frac{x_2^2}{4}$$

Zerlegen Sie den Bereich B in Normalbereiche und berechnen Sie damit:

(a) $|B|$

und

(b)

$$\int_B \operatorname{div}(\operatorname{grad}(x_1^2 - 3x_2^2 + 6x_1)) dB = ?$$