

Nichtlineare Funktionalanalysis

Vorlesungsskriptum von Bernd Rummler SoSe 2020

April 2020

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	3
1 Fixpunktsätze und der Satz über implizite Funktionen	4
1.1 Übersicht der Fixpunktsatz-Prinzipien	4
1.2 Der Banachsche Fixpunktsatz	5
1.3 Die Fixpunktsätze von Brouwer und Schauder	7
1.3.1 Der Fortsetzungssatz von Tietze	7
1.3.2 Retrakte und Retraktionsprinzip	9
1.3.3 Der Fixpunktsatz von Brouwer	11
1.3.4 Der Schaudersche Fixpunktsatz und vollstetige Abbildungen	13
1.4 Ableitungen in Banachräumen, der Satz über implizite Funktionen	16
1.4.1 Motivation und Auflösungs idee	16
1.4.2 Ableitungen in Banachräumen, Hemistetigkeit und Mittelwertsätze	17
1.4.3 Partielle und höhere Ableitungen in Banachräumen	23
1.4.4 Taylor-Entwicklung	25
1.4.5 Der Satz über implizite Funktionen	27
2 Fixpunktindex und Abbildungsgrad	31
2.1 Ideen für Fixpunktindex und Abbildungsgrad	31
2.1.1 Nullstellensätze	31
2.1.2 Der Abbildungsgrad im \mathbb{E}^n	35
2.1.3 Der Fixpunkt-Index im \mathbb{E}^n	36
2.2 Homotopien und Axiomensystem	37
2.2.1 Die Klasse $V(\Omega, \mathbb{X})$ und Homotopien	37
2.2.2 Das Axiomensystem zum Fixpunkt-Index	39
2.2.3 Rechtfertigung der Fixpunkt-Index-Axiomatik	41
2.2.4 Das Theorem zum Brouwerscher Fixpunkt-Index	46
2.3 Der Leray-Schauder Fixpunkt-Index	50
2.3.1 Das Theorem zum Leray-Schauder Fixpunkt-Index	50

2.3.2	Produkt-Satz und Reduktionssatz zum Leray-Schauder Fixpunkt-Index	53
2.3.3	Exemplarische Anwendung des Leray-Schauderschen Fixpunkt-Indexes	54