

Funktionentheorie (SS 2021)
Übungsaufgaben, Serie 0

Die folgenden Aufgaben sollen die benötigten Kenntnisse der komplexen Zahlen für die kommende Vorlesung auffrischen.

1. a) Bestimmen Sie die Polarform der folgenden komplexen Zahlen

$$-1, \quad 1/i, \quad 1+i, \quad 1+\sqrt{3}i, \quad \frac{1+i}{1-\sqrt{3}i}, \quad \left(\cos\left(\frac{1}{5}\right) + \sin\left(\frac{1}{5}\right)\right)^2.$$

- b) Drücken Sie die folgenden Zahlen in der Form $x + iy$ aus

$$e^{-5\pi i/3}, \quad (1+i)^{2019}, \quad \frac{1}{12+5i}, \quad \frac{1+2i}{2+i}.$$

- c) Bestimmen Sie $z_1 + z_2$, $z_1 z_2$ und $\frac{z_1}{z_2}$ für die komplexen Zahlen

$$z_1 = \frac{3+2i}{1-i} \quad \text{und} \quad z_2 = \frac{5-3i}{1+2i}$$

- d) Berechnen Sie für $n \in \mathbb{N}$

$$i^n, \quad \cos(n\pi), \quad \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n$$

2. Skizzieren Sie die folgenden Teilmengen von \mathbb{C}

- a) $\{z \in \mathbb{C} : |z+2i| \geq 2\}$
b) $\{z \in \mathbb{C} : |z-i| = |z-1|\}$
c) $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}\left(\frac{z+i}{z-i}\right)\}$

3. Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Gleichungen

- a) $z^3 = 1$
b) $z^4 = i$
c) $z^2 = 4 + 4i$
d) $iw^2 - 2w + 1 = 0$