

## Literatur

- [DB] E. DiBenedetto, *Partial Differential Equations*, Birkhäuser: Boston etc., 1995.
- [CH] R. Courant, D. Hilbert, *Methoden der mathematischen Physik I und II*, 3. bzw. 2. Auflage, Springer-Verlag: Berlin etc., 1968.
- [DD] A. Doelman, J.J. Duistermaat, *Partial Differential Equations*, Skript, Mathematisch Institut, Universiteit Utrecht, 1997.
- [E] L.C. Evans, *Partial Differential Equations*, Graduate Studies in Mathematics **19**, American Mathematical Society, Providence RI, 1998.
- [F] O. Forster, *Analysis 3: Integralrechnung im  $\mathbb{R}^n$  mit Anwendungen*; 1. Auflage, Braunschweig: Friedr. Vieweg, 1981.
- [GT] D. Gilbarg, N.S. Trudinger, *Elliptic Partial Differential Equations of Second Order*, Grundlehren der mathematischen Wissenschaften **224**, Second Edition, Springer-Verlag: Berlin etc., 1983.
- [J] F. John, *Partial Differential Equations*, Third Edition, Springer-Verlag: New York etc., 1978.
- [S] F. Sauvigny, *Partielle Differentialgleichungen der Geometrie und Physik 1 und 2*, Springer-Verlag: Berlin etc., 2004 und 2005.
- [Sch] B. Schweizer, *Partielle Differentialgleichungen*, Springer-Lehrbuch Masterclass, Springer-Spektrum: Berlin, Heidelberg, 2013.
- [W] W. Walter, *Analysis 2*, 4. Aufl., Berlin etc.: Springer-Verlag, 1995.

### Empfehlungen von Bernd Rummel:

- [T] H. Triebel, *Höhere Analysis*, 2. Auflage Frankfurt am Main und Thun: Harri-Deutsch-Verlag, 1980.
- [WI] J. Wloka, *Partial Differential Equations*, First Edition, Cambridge University Press: Cambridge, 1987 ( Online publication date: June 2012)

## Index

- a-priori-Abschätzung, 64, 67
- Ableitung, schwache, 53
- Anfangsrandwertproblem, 97
  - Eindeutigkeit
    - parabolischer Operator, 77
    - parabolischer Operator
      - Eindeutigkeit, 77
    - Wärmeleitungsgleichung, 174
    - Wärmeleitungsgleichung, 18
    - Wellengleichung, 15, 16, 177
- Ausbreitungsgeschwindigkeit
  - endliche, 91, 92, 96
  - unendliche, 76
- äußere Kugelbedingung, 50
- äußere Normale, 6
- äußerer Einheitsnormalenvektor, 6
  
- Banachscher Fixpunktsatz, 83
- Barrierefunktion, 49
- Besselsche Ungleichung, 156
- Bestapproximation, 156
- Bestimmtheitsbereich, 95, 107
- Bestimmtheitskegel, 95, 107, 108
- Bilinearform, 66
  - eschränkt, 66
  - koerzitiv, 66
- blow up, 87
- bounded slope condition, 187
- Burgers-Gleichung, 13, 127
  
- Cauchy-Problem
  - voll nichtlinear, lokale Existenz, 136
- Cauchyproblem
  - erster Ordnung, nichtlinear, 119
  - voll nichtlinear, lokale Existenz, 135
  - Wärmeleitungsgleichung, 79
  - Wellengleichung
    - Darstellungsformel, 105
    - Duhamelsches Prinzip, 116
    - Eindeutigkeit, 108
    - Existenz, 105, 113
    - gerade Raumdimension, 112
    - ungerade Raumdimension, 100
    - Wärmeleitungsgleichung, 69
- Cauchysche Abschätzungen, 42
- Charakteristiken, 92
- charakteristische Differentialgleichungen,
  - 120, 121
- $C_0^k$ , 8
- $C_0^0$ , 8
- Courant, 167
- $C_0^\infty$ , 8
  
- d'Alembertsche Formeln, 95
- Differentialoperator
  - elliptischer, 29
- Dirichlet-Integral, 60
- Dirichlet-Randbedingung, 17
- Dirichletproblem
  - Existenz, 39–40
  - Existenzsatz, 50–52
    - elliptischer Operator, 52
  - Poisson-Gleichung, 18
  - Poissongleichung
    - Eindeutigkeit, 27
    - schwache Lösung, 59
  - Wärmeleitungsgleichung, 18
- Duhamelsches Prinzip, 115
  
- Eigenwerte
  - Laplace-Operator, 167
  - vollständiges Orthonormalsystem, 169
- Einbettungssatz, 58
- Eindeutigkeit, 22, 33
  - Dirichletproblem, Poissongleichung, 9, 27
  - quasilineare Gleichung, 140
- Einflussbereich, 96, 107
- eingespannte Membran, 16
- eingespannte Saite, 13, 97
- Einheitsnormale, 6
- elliptisch, 30
  - quasilinear, 180
- elliptischer Differentialoperator, 29
- Elliptizitätsmoduln, 30

Energieerhaltungssatz, 17  
 Energiemethode, 108  
 Entropiebedingung, 150  
 Entropielösung, 151  
 Erhaltungsgleichung, 12, 17  
 Euler-Poisson-Darboux-Gleichung, 100  
 Existenz, 22  
   skalare Erhaltungsgleichung, 141  
 Existenzsatz  
   Dirichletproblem  
     elliptischer Operator, 52  
     Laplaceoperator, 52  
   Poisson-Gleichung, 34–35  
  
 Faradayscher Käfig, 9  
 Ficksches Gesetz, 16  
 Flächenfunktional, 21  
 Folge harmonischer Funktionen  
   Kompaktheit, 43  
 Fourierkoeffizient, 156  
 Fourierreihe, 156  
 Fouriersches Umkehrtheorem, 70  
 Fouriertransformation, 70  
 Fundamentallösung  
   Wärmeleitungsgleichung, 71  
 Funktional, lineares, 64  
   beschränkt, 64  
   Norm, 64  
  
 Gaußscher Integralsatz, 7–8  
 Gebiet  
   reguläres, 7  
 Geradebiegen, 130  
 gleichmäßig elliptisch, 30  
 gleichmäßig konvex, 187  
 gleichmäßig elliptisch, 66  
 globale Existenz, 87  
 Gramsche Determinante, 7  
 Greensche Funktion, 37–38  
   Einheitskugel, 38–39  
 Grundlösung  
   Darstellungsformel, 36  
 Grundlösung, singuläre, 34  
   Darstellungsformel, 36  
 Grundlösung  
   Wärmeleitungsgleichung, 71  
  
 Hamilton-Jacobi-Gleichungen, 140  
 Hamiltonfunktion, 140  
 Hamiltonsches System, 140  
 harmonisch, 23  
 harmonische Funktionen  
   Konvergenz, 41–42  
 harmonische Liftung, 44–45  
 Harnacksche Ungleichung, 28  
 Harnackscher Konvergenzsatz, 42  
 Helmholtzgleichung, 20  
 Hölderstetig, 182  
 homogene Wellengleichung  
   Anfangsrandwertproblem, 97  
   Cauchyproblem, 94, 95  
 Huygenssches Prinzip, 108  
 Hyperfläche, 5  
   äußere Normale, 6  
   Integral, 7  
   natürliche Orientierung, 6  
  
 innere Gradientenabschätzungen, 42  
 Integralsatz  
   Gauß, 8  
  
 Kaustik, 107  
 Kirchhoffsche Formel, 105  
 kompakt  
   Operator, 184  
 Kompatibilitätsbedingungen, 132  
 Kompatibilitätsbedingungen, 97  
 Kontinuitätsgleichung, 12  
 Konvergenz  
   schwache, 162  
 Kreuzprodukt, 5  
 kritischer Punkt, 21  
 Kugelbedingung, 50  
  
 Lax-Milgram, 66  
 linear, 120  
 lokale Existenz  
   skalare Erhaltungsgleichung, 141  
 Lokale schwache Folgenkompaktheit, 162–  
   163  
 Lösung  
   schwache, 59, 66  
  
 Massenerhaltung, 11

maximale Existenzzeit, 86  
 Maximumabschätzung, 27–28  
 Maximumprinzip  
   schwaches, 27, 30–32  
   starkes, 26, 45  
   stetige subharmonische Funktionen,  
   45  
 Methode der a-priori-Schranken, 185  
 Minimalflächengleichung, 21  
   Dirichletproblem, 21  
   Existenzsatz, 191  
 Minimumprinzip  
   schwaches, 30  
 Mittelwerteigenschaft, 25, 41  
   harmonische Funktionen, 23–24  
   schwache, 25  
 monotone Konvergenz, 42  
  
 Neumann-Randbedingung, 17  
 Neumannproblem  
   Poisson-Gleichung, 18  
   Wärmeleitungsgleichung, 18  
 Newton-Potential, 35  
 Nichtcharakteristikenbedingung, 133  
 Nichteindeutigkeit, 149  
   voll nicht lineare Gleichung, 140  
 Nichtlinearität, 18  
 Normale, 6  
   äußere, 6  
  
 Oberflächenintegral, 7  
 Oberfunktion, 46  
 Oberlösung, 30  
 Operator  
   kompakt, 184  
 orientierungserhaltend, 6  
 orthogonales Komplement, 152  
 Orthonormalsystem, 155  
   vollständig, 156  
  
 parabolisch, 69  
 parabolischer Rand, 76  
 Parallelogrammidentität, 61  
 Parsevalrelation, 157  
 Perronsche Lösung, 47  
 Perronsche Methode, 44  
 Poincaré-Friedrichs-Ungleichung, 9–10, 57  
  
 Poisson-Gleichung, 18  
 Poissongleichung  
   Eindeutigkeit, 27  
 Poissonkern, 38, 40  
 Poissonsche Formel, 113  
 Produktregel, schwache Ableitung, 54  
 Projektionssatz, 153  
  
 quasilinear, 120, 180  
  
 Rand  
   parabolischer, 76  
 Randpunkt, regulär, 49  
 Rankine-Hugoniot-Bedingung, 144  
 Raum-Zeit-Zylinder, 76  
 Reaktions-Diffusions-Gleichung, 83  
 Reaktions-Diffusions-Gleichungen, 18  
 regulärer Randpunkt, 49  
 reguläres Gebiet, 7  
 Regularität, 62  
 reibungsfreie Burgers-Gleichung, 13, 127  
 Rellichscher Einbettungssatz, 164  
 Rieszscher Darstellungssatz, 64  
 Rückwärtswärmeleitung, 72  
   schlecht gestellt, 69  
  
 Satz  
   Bolzano-Weierstraß, 162  
   Lax-Milgram, 66  
   Liouville, 43  
   lokale Existenz, 135  
   Montel, 43  
   regulärer Randpunkt, 50  
   Rellichscher Einbettungssatz, 164  
   Rieszscher Darstellungssatz, 64  
   Schäferscher Fixpunktsatz, 184  
   Schauderscher Fixpunktsatz, 184  
   Sobolevscher Einbettungssatz, 58  
   Weierstraßscher Approximationssatz,  
   75  
 Schäferscher Fixpunktsatz, 184  
 scharfe Wellenfronten, 108  
 Schauderscher Fixpunktsatz, 184  
 schnell fallende Funktionen, 70  
 Schockbildung, 128  
 schwache Ableitung, 53  
   Approximationseigenschaft, 53

Kettenregel, 54  
 Produktregel, 54  
 schwache Folgenvollständigkeit, 162  
 schwache Konvergenz, 162  
   Beschränktheit, 162  
 schwache Lösung, 59, 66, 173, 177  
   Erhaltungsgleichung, 144  
 schwache Mittelwerteigenschaft, 25  
 schwache Unterhalbstetigkeit, 162  
 schwaches Maximumprinzip  
   elliptischer Operator, 30  
   harmonische Funktionen, 27  
   parabolischer Operator, 77  
   subharmonische Funktionen, 27  
 schwaches Minimumprinzip  
   elliptischer Operator, 30  
   superharmonische Funktionen, 27  
 separabel, 57, 158  
 Separationsansatz  
   Wärmeleitungsgleichung, 20  
   Wellengleichung, 19  
 singuläre Grundlösung, 34  
 skalare Erhaltungsgleichung  
   lokale Existenz, 141  
 Sobolevraum, 56, 57  
   Hilbertraum, 58  
   Poincaré-Friedrichs-Ungleichung, 57  
 Sobolevscher Einbettungssatz, 58  
 sphärisches Mittel, 100  
 Starkes Max-Prinzip, 44–45  
 starkes Maximumprinzip, 45  
   harmonische Funktionen, 26  
   subharmonische Funktionen, 26  
 starkes Minimumprinzip  
   superharmonische Funktionen, 26  
 stetige Abhängigkeit von Daten, 22, 64, 67, 99  
 subharmonisch, 26  
   stetige Funktion, 44  
 superharmonisch, 26  
   stetige Funktion, 44  
 System charakteristischer gewöhnlicher Differentialgleichungen, 122  
 Tangentialhyperebene, 6  
 Tensorprodukt, Orthonormalsysteme, 159  
 Träger, 8  
 Transportgleichung  
   homogene, 90, 91  
 Umparametrisierung, 6, 7  
   orientierungserhaltend, 6  
 Unterfunktion, 46  
 Unterlösung, 30  
 Variation der Konstanten, 80  
 Verdünnungswelle, 149  
 voll nichtlinear, 120, 129  
 vollständiges Orthonormalsystem, 156, 157  
 Vollständigkeit, Orthonormalsysteme, 157  
 Vollständigkeitsrelation, 157  
 Wärmeleitungsgleichung, 16, 69  
   Abschätzungen, 72, 81  
   Anfangsrandwertproblem, 174  
   Fundamentallösung, 71  
   Grundlösung, 71  
   homogene, 69, 71  
   inhomogene, 79  
   nichtlineare, 83  
 Wärmeleitungshalbgruppe, 71  
 Weierstraßscher Approximationssatz, 75  
 Weierstraßscher Konvergenzsatz, 41  
 Wellengleichung, 13, 16  
   Anfangsrandwertproblem, 177  
   Cauchyproblem  
     Darstellungsformel, 105  
     Duhamelsches Prinzip, 116  
     Eindeutigkeit, 108  
     Existenz, 105, 113  
     gerade Raumdimension, 112  
     ungerade Raumdimension, 100  
   homogene  
     Anfangsrandwertproblem, 97  
     Cauchyproblem, 94, 95  
 Weylsches Lemma, 62  
 $W^{m,p}(\Omega)$ , 56  
 $W_0^{m,p}(\Omega)$ , 57  
 wohlgestellt, 22  
 zulässige Anfangsdaten, 132–133