

# Partielle Differentialgleichungen

Hans-Christoph Grunau

## Inhaltsverzeichnis

<b>Einführung</b>	<b>4</b>
<b>0 Der Gaußsche Integralsatz</b>	<b>4</b>
<b>1 Modelle</b>	<b>11</b>
1.1 Massenerhaltung, Kontinuitätsgleichung . . . . .	11
1.2 Die einfachste partielle Differentialgleichung erster Ordnung . . . . .	12
1.3 Die reibungsfreie Burgers-Gleichung . . . . .	13
1.4 Gleichung der eingespannten schwingenden Saite, Wellengleichung . . . . .	13
1.5 Höherdimensionale Wellengleichung . . . . .	16
1.6 Wärmeleitungsgleichung . . . . .	16
1.7 Reaktions-Diffusions-Gleichungen . . . . .	18
1.8 Poisson-Gleichung, stationäre Zustände . . . . .	18
1.9 Separationsansatz, Helmholtzgleichung . . . . .	19
1.10 Die Minimalflächengleichung . . . . .	21
<b>I Elliptische Differentialgleichungen</b>	<b>23</b>
<b>2 Maximumprinzipien</b>	<b>23</b>
<b>3 Greensche Funktionen</b>	<b>34</b>
<b>4 Die Perronsche Methode subharmonischer Funktionen</b>	<b>44</b>
<b>5 Sobolevräume</b>	<b>53</b>
<b>6 Hilbertraummethoden</b>	<b>59</b>
<b>II Parabolische Probleme</b>	<b>69</b>
<b>7 Die Wärmeleitungsgleichung in <math>\mathbb{R}^n</math></b>	<b>69</b>
<b>8 Das Cauchyproblem für die inhomogene Wärmeleitungsgleichung</b>	<b>79</b>

9	Eine nichtlineare Wärmeleitungsgleichung	83
<b>III</b>	<b>Hyperbolische Probleme</b>	<b>90</b>
10	Die einfachste partielle Differentialgleichung erster Ordnung	90
11	Die eindimensionale Wellengleichung	94
12	Das Cauchyproblem für die Wellengleichung in ungeraden Raumdimensionen $n \geq 3$	100
13	Das Cauchyproblem für die Wellengleichung in geraden Raumdimensionen, Hadamardsche Absteigemethode	112
14	Das Cauchyproblem für die inhomogene Wellengleichung, das Duhamelsche Prinzip	115
<b>IV</b>	<b>Nichtlineare partielle Differentialgleichungen erster Ordnung</b>	<b>119</b>
15	Charakteristikenmethode	120
16	Einführung in skalare Erhaltungsgleichungen	141
<b>V</b>	<b>Eigenwertprobleme</b>	<b>152</b>
17	Steilkurs über elementare Hilbertraumtheorie	152
18	Eigenfunktionen des Laplace-Operators	166
19	Anwendung auf Wärmeleitungs- und Wellengleichung in beschränkten Gebieten	173
<b>VI</b>	<b>Eine erste Einführung in quasilineare elliptische Differentialgleichungen</b>	<b>180</b>
20	Grundlegendes, Lösungsstrategie	182
21	Das Dirichletproblem für die Minimalflächengleichung	186
	Literatur	192
	Sachverzeichnis	193