Wie werden Sie Millionär???

**Unser Tipp:** 

Mathematik studieren!!!

# Clay Mathematics Institute Stiftung von Landon T. Clay (Boston)

http://www.claymath.org/

#### Vision:

- Mathematik umfasst Quintessenz menschlichen Wissens
- Mathematik beeinflusst alle Bereiche menschlichen Strebens
- Entwicklung der Mathematik heute zentral für die Welt von Morgen.

24.06.2000, Paris 7 Milleniums-Preise je 1 Mio USD

Um richtungsweisende Impulse für die Forschung des neuen Jahrhunderts zu geben!

## 6. Navier-Stokes-Gleichungen

"Wellen folgen unserem Boot, wenn wir auf einem See kreuzen; und turbulente Luftströme folgen unserem Flug in einem modernen Jet. Mathematiker und Physiker glauben, dass eine Erklärung und Voraussage sowohl der leichten Brise als auch der Turbulenzphänomene durch ein Verständnis der Gleichungen von Navier und Stokes gewonnen werden kann. Obwohl schon im 19. Jahrhundert formuliert, ist bis heute unser Verständnis der Navier-Stokes-Gleichungen minimal. Die Herausforderung besteht darin, einen wesentlichen Fortschritt zu machen hin zu einer Theorie, die die in den Navier-Stokes-Gleichungen verborgenen Geheimnisse aufdecken wird."

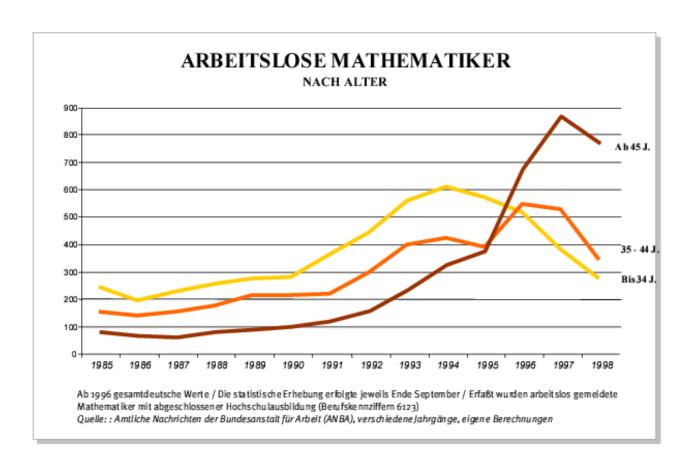
# Ausstiegsszenario No.1

5 Jahre Studium Diplom-Mathematiker/-in Berufseinstieg in:

- Software-Wirtschaft
- Uni / FH / Forschungseinrichtungen
- Versicherungen
- Elektro- / technische Institute
- Banken
- Consulting

Jahres-Einstiegs-Gehälter

35.000 - 50.000 Euro



#### ARBEITSLOSE MATHEMATIKER BERUFSANFÄNGER Arbeitslose Gesamt 1800 1700 1600 1500 1400 1300 1200 1100 1000 900 800 700 600 500 400 -300 -200~ Berufsanfän ger 1985 1986 1987 1988 1989 1990 1991 1992 1993 1994 1995 1996 1997 1998 Erfaßt wurden arbeitslos gemeldete Mathematiker und Mathematikerinnen mit abgeschlossener Hochschulausbildung (Berufskennziffer 6123) • Die statistische Erhebung erfolgte jewells Ende September Quelle: Amtliche Nachrichten der Bundesanstalt für Arbeit (ANBA), verschiedene Jahrgänge, eigene Berechnungen

# Zum Vergleich:

Absolventen/-innen Diplom-...-Mathematik

Jahr	1994	1996	1998	2000
Absolventen	2009	2009	1840	1325

Insgesamt tätige Mathematiker/-innen:

 $\sim 50.000$ 

Arbeitslosenquote 2000: < 2,5%

-der unter 35-Jährigen: < 1,5%

# Ausstiegsszenario No.2

5 Jahre wie No.1

3-4 Jahre Promotion

Selbständige Arbeit an einer wissenschaftlich herausfordernden Frage

z.B.: Navier-Stokes

Stabilität

Verhalten für "große Zeiten"

Danach: Weiter wie No.1, bei Einstiegsgehältern +5.000 Euro

# Szenario No.3

5+ 3..4Jahre wie No.2

→ Einstieg in wissenschaftliche Laufbahn

bis ins Alter von 35...40 Jahren:

Übergang in Wirtschaft möglich

Reif, um mit Milleniumsproblem oder benachbarten Fragen zu beginnen.

# Modellbildung

# im Beispiel

Natur Strömung zäher Flüssigkeiten  $\downarrow$  Physik. Grundkonzepte /-gesetze  $F=m\cdot a$ , Inkompressibilität  $\downarrow$  Näherungsweise Physikalisches Modell Navier-Stokes-Gleichung

Mathematische Analyse

Vorhersage in der Natur

Existenz? Eindeutigkeit? qualitative/quantitative Eigenschaften von Lösungen

Übereinstimmung mit der Messung/Simulationen

# Wozu die mathematische Analyse von Navier-Stokes?

- Modellverifikation
- Wissbegierde:
  - umfassendes Verständnis von Natur
  - wie kann man phys. Phänomene mathematisch formulieren/beweisen? (Turbulenz?)
- Theoretische Fundierung numerischer Verfahren
- Numerische Simulation statt aufwendiger Versuche

# Die Gleichungen von Navier-Stokes

Gegeben: "schöne" Menge

$$\Omega \subset \mathbb{R}^3$$

(von Flüssigkeit ausgefülltes Volumen) Anfangsgeschwindigkeitsverteilung:

$$\vec{arphi} = \left( egin{array}{c} arphi_1 \ arphi_2 \ arphi_3 \end{array} 
ight) : \Omega 
ightarrow \mathbb{R}^3$$

### Gesucht

Geschwindigkeit:

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} : [0, \infty) \times \Omega \to \mathbb{R}^3, (t, \vec{x}) \longmapsto \vec{u}(t, \vec{x})$$

## Druck:

$$p:[0,\infty) imes\Omega o\mathbb{R}$$
  $(t,\vec{x})\longmapsto p(t,\vec{x})$ 

so dass

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \left(\sum_{j=1}^{3} u_j \frac{\partial}{\partial x_j}\right) \vec{u} - \left(\sum_{j=1}^{3} \frac{\partial^2}{\partial x_j^2}\right) \vec{u} + \left(\begin{array}{c} \frac{\partial p}{\partial x_1} \\ \frac{\partial p}{\partial x_2} \\ \frac{\partial p}{\partial x_3} \end{array}\right) = \vec{0} \text{ in } [0, \infty) \times \Omega$$

$$\sum_{j=1}^{3} \frac{\partial u_{j}}{\partial x_{j}}(t, \vec{x}) = 0 \text{ in } [0, \infty) \times \Omega$$

$$\vec{u}(0,\vec{x}) = \vec{\varphi}(\vec{x}) \text{ für } \vec{x} \in \Omega$$

$$\vec{u}(t,\vec{x}) = \vec{0}$$
 für  $(t,\vec{x}) \in [0,\infty) \times$  Rand von  $\Omega$ .

# 1 Mio. USD-Aufgabe

Man zeige oder widerlege: Für jedes "glatte" Anfangsdatum gibt es genau eine "globale, klassische" Lösung:

$$(t, \vec{x}) \longmapsto \begin{pmatrix} u_1(t, \vec{x}) \\ u_2(t, \vec{x}) \\ u_3(t, \vec{x}) \\ p(t, \vec{x}) \end{pmatrix}$$

Seit über 70 Jahren arbeiten Mathematiker an dieser Frage. (Jean Leray 1934)

# Was hat man erreicht?

- Existenz "schwacher" Lösungen
- "partielle Regularität" derselben
- Endliche kinetische Energie
- Quantitatives für Energiedissipation
- Numerische Verfahren

# Was nicht?

- Eindeutigkeit- Regularitätder schwachen Lösungen.